المبادئ العامة لتحريك الجسيم المادي

د.اسكندر عمجة

28/10/2015

RBC HAMAK

التحريك

الفصل الثاني:

المبادئ العامة لتحريك الجسيم المادي

دفع القوة: **هو مقدار تأثير القوة F_k المؤثرة على الجسيم M_k خلال فترة زمنية**

- الدفع الجزئي dI_k: هو المتجه $F_k dt$ الذي يعين مدى تأثير القوة خلال فترة زمنية متناهية في الصغر dt ويرمز له dI_k ويتجه على امتداد خط عمل القوة:

$$dI_k = F.dt$$

- فيكون الدفع خلال فترة زمنية محصورة بين t_0 و t_1 :

$$dI_k = \int_{t_0}^{t_1} F_k.dt$$

نميز حالتين:

A- إذا كانت $F = const$ فإن $I = F\int_{t_0}^{t_1} dt = \boldsymbol{F(t_1 - t_0)}$

B- وإذا كانت $F \neq const$:

بإسقاط علاقة الدفع:

$$dI_{kX} = \int_{t_0}^{t_1} F_{kX}.dt$$

$$dI_{kY} = \int_{t_0}^{t_1} F_{kY}.dt$$

$$dI_{kZ} = \int_{t_0}^{t_1} F_{kZ}.dt$$

عندما تكون القوة F ثابتة أو تابعة للزمن يكون التكامل سهلا أما إذا كانت تابعة للمسافة أو السرعة عن طريق معادلات الحركة

كمية الحركة الخطية q لجسيم مادي:

نعد جسيماً مادياً M_k كتلته m_k يخضع لتأثير القوة F_k فحسب العلاقة الأساسية في التحريك :

$$m_k A_k = F_k$$

$$m_k \frac{dv_k}{dt} = F_k$$

بما أن كتلة الجسيم ثابتة ولا علاقة لها بالزمن ولا بالسرعة:

$$d\frac{m_k v_k}{dt} = F_k \dots 1$$

كل متحرك له سرعة خطية يمتلك كمية حركة أما إذا كانت حركته دورانية فليس له كمية حركة

يمثل $m.V_k$ اندفاع الجسيم المادي ويدعى كمية حركة الجسيم المادي ويساوي إلى جداء كتلة الجسيم بمتجه سرعته واتجاهه باتجاه متجه السرعة وواحدته $kg.\frac{m}{sec}$ ويرمز له بـ q_t.

المبدأ الأول:

مبدأ الدفع وكمية الحركة

بفصل المتحولات في العلاقة1 :

$$d(m.V_k) = F_k.dt$$

$$m_k \int_{v_0}^{v_1} dV_k = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F}_k.dt$$

لكن $\int_{t_0}^{t_1} \vec{F}_k.dt = \vec{I}$

$$m_k V_{1k} - m_k v_{0k} = I_k$$

$$\vec{q}_1 - \vec{q}_0 = \vec{I}_k$$

إذا أثرت مجموعمن القوى على ΣF فيجب أن نأخذ بعين الاعتبار دفع كل قوة:

$$\vec{q}_{1k} - \vec{q}_{0k} = \Sigma\vec{I}_k$$

نص مبدأ الدفع وكمية الحركة:

إن تغير كمية الحركة الخطية لجسيم مادي خلال فترة زمنية ما يساوي المجموع الهندسي لدفوع كل القوى المؤثرة على هذا الجسيم خلال هذه الفترة الزمنية

$$q_{k1} = q_{k0} + I_k$$

يمكن الحصول على كمية الحركة النهائية للجسيم بواسطة الجمع الشعاعي لكمية حركته الابتدائية ودفع القوى خلال الفترة الزمنية المدروسة.

$$\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{k1x}} = \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{k0x}} + \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{kx}} m_k.V_{1kx} - m_k.V_{0kx} = \Sigma I_{kx}$$

$$\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{k1y}} = \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{k0y}} + \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{ky}} m_k.V_{1ky} - m_k.V_{0ky} = \Sigma I_{ky}$$

$$\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{k1z}} = \boldsymbol{q}_{\boldsymbol{k0z}} + \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{kz}} m_k.V_{1kz} - m_k.V_{0kz} = \Sigma I_{kz}$$

يستخدم هذا المبدأ في الحالات التالية:

- عندما لا يطلب إيجاد التسارع وإنما السرعات فقط
- القوى المؤثرة في الجسيم معلومة، وهي ثابتة أو تابعة للزمن
- المقادير المفروضة والمطلوبة تقتصر على القوى المؤثرة، زمن حركة الجسيم، السرعة الابتدائية والنهائية له.

المبدأ الثاني:

مبدأ عمل القوة

القوة هي السبب القادر على تحريك الجسم ويمكن قياس القوة بتأثيرها التحريكي على الجسيم المادي ويتجلى هذا التأثير بالعمل وعندها يقدر العمل تأثير القوة الذي يؤدي إلى تغيير قيمة السرعة العددية.

نعد جسيماً مادياً يتحرك على منحني بدلالة محاور إحداثية $T(OXYZ)$تحت تأثير القوة F_k من الموضع M_0إلى الموضع المجاور M_1 حيث متجه الموضع للجسيم: $r_k = OM_k$

ومتجه الموضع للجسيم: M_1: $r_1 = OM_k + M_kM_1 = r + \Delta r_k$

Δr_k يمثل متجه الانتقال لنقطة تأثير القوة.

العمل الجزئي dW للقوة F_k إذا انتقل الجسيم المادي M_k انتقالاً جزئياً لا متناهياً في الصغر dr_k يساوي إلى الجداء القياسي للمتجهين F , dr.

$$dW = F_k.dr_k.cos\alpha$$

ونجد أن العمل هو كمية قياسية له إشارة وقيمة وليس له اتجاه وواحدة قياسه $\mathrm{N.m}$ أي $Joule[\mathrm{J}]$

وللعمل ثلاث حالات بحسب الزاوية αالمحصورة بين متجه القوة الفاعلة ومتجه الموضع :

1- العمل موجب محرك: $\alpha < \frac{\pi}{2}$

2- العمل سالب مقاوم: $\alpha > \frac{\pi}{2}$

3- العمل معدوم: $\alpha = \frac{\pi}{2}$

وبتناهيdtإلى الصفر يتناهى M_1 إلى M_k ويتناهى طول الوتر Δr_kإلى طول القوس Δs_kويتناهى الوتر إلى مماس في M_k

$$dW_F = F_\tau ds \Rightarrow W_F = \int_{s_0}^{s} F_\tau ds$$

إذا علمت مركبات القوى المؤثرة ومركبات الانتقال $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ بالتعويض في علاقة العمل الجزئي:

$$W_{F_{M_0 \to M_1}} = \int_{M_0}^{M_1} (F_{kx}.dx + F_{ky}.dy_k + F_{kz}dz_k)$$

أي أن عمل القوة يساوي إلى المجموع الجبري لعمل مركباتها

حالات خاصة لحساب العمل:

1- إذا كان F_τ ثابتاً أو تابعاً للموضع فلا حاجة لمعرفة معادلة حركة الجسيم.

$$W = \frac{F_\tau}{ds} = F_\tau(s - s_0)$$

2- إذا كان F_τ تابعاً للسرعة أو الزمن فلا بد من معرفة معادلة الحركة

$$W = F_\tau(x - x_0)$$

3- إذا كان F_τ تابعاً للمسافة وعلمت تحولات F_τ بدلالة s أي $F_k^\tau = f(s)$ أمكن بالتمثيل البيناي تقدير العدد

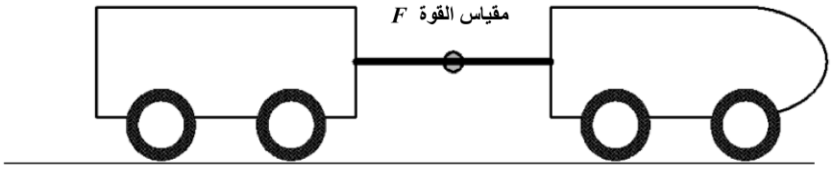
مسألة: /تغيير كمية الحركة لجسيم/

المعطيات:: $t_0 \Rightarrow v_0 = 0$

$t = 2\text{sec} \Rightarrow v_1 = \frac{57\text{kg}}{\text{h}}$

$F = 1008000\text{KGF}$

المطلوب: أوجد الحمل في المقطورة

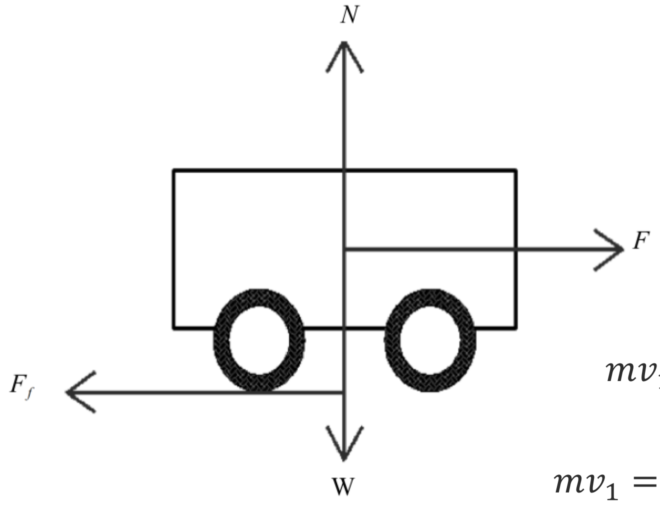


الحل:

إن المسألة تتضمن قوى ثابتة وسرعة ابتدائية ونهائية لذلك نختار مبدأ الدفع وكمية الحركة لحل المسألة

$$\vec{q}_1 - \vec{q}_0 = \Sigma \vec{I}_F = I_F + \vec{I}_{F_f} + \vec{I}_W + \vec{I}_N$$

بإسقاطها على محور الحركة باتجاه السرعة:



$$mv_1 - mv_0 = I_F - I_{F_f}$$

لكن $v_0 = 0$

$$mv_1 = I_F - I_{F_f} \dots 1$$

$$I_F = \int_{t_0=0}^{t=2} F.dt = F\int_0^{t=2} dt = F(2-0) = 201600$$

$$I_{F_f} = F_f(t - t_0) = 2$$

لحساب F_f:

من علاقة شرط عدم الإنزلاق: $F_f = \mu.N$

لحساب Nقوة رد الفعل الناظمة وذلك في إسقاط العلاقة:

$$m.\vec{A} = \vec{F} + \vec{F_f} + \vec{N} + \vec{W}$$

على منحى عمودي على منحى التسارع أي محور N:

$$0 = N - W \Rightarrow N = W$$

$$F_f = W.f = 0.02W = const$$

$$I_{F_f} = F_f(t - t_0) = 2F_f = 20.02W$$

التعويض في علاقة ال 1:

$$\frac{W}{g}\frac{(57 \times 1000)}{60} = 201600 - 0.04W$$

$$W = \cdots \text{KG.f}$$